

# 2019 年全国硕士研究生招生考试

## 管理类专业学位联考

### 数学真题

(科目代码: 199)



△考生注意事项△

1. 答题前, 考生须在试题册指定位置上填写考生编号和考生姓名; 在答题卡指定位置上填写报考单位、考生姓名和考生编号, 并涂写考生编号信息点。
2. 考生须把试题册上的“试卷条形码”粘贴条取下, 粘贴在答题卡的“试卷条形码粘贴位置”框中。不按规定粘贴条形码而影响评卷结果的, 责任由考生自负。
3. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上, 非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题册上答题无效。
4. 填(书)写部分必须使用黑色字迹签字笔书写, 字迹工整、笔迹清楚; 涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
5. 考试结束, 将答案卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生编号																				
考生姓名																				

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。

1. 【答案】C

【解析】原计划 7 天完成的任务，实际 5 天完成，工作总量相同，时间与效率成反比，即实际效率与计划效率之比为 7:5，提升的百分比为  $\frac{7-5}{5} = \frac{2}{5} = 40\%$ ，故选 C。

【点拨】工程问题中，总量一定，效率与时间成反比；效率一定，总量与时间成正比；时间一定，总量与效率成正比。

2. 【答案】B

【解析】在正数范围内求最值，需要利用平均值定理：

$$f(x) = x + x + \frac{a}{x^2} \geq 3\sqrt[3]{x \cdot x \cdot \frac{a}{x^2}} = 3\sqrt[3]{a} = 12 \Rightarrow a = 64, \text{ 此时, } x_0 = x = x = \frac{64}{x^2}, \text{ 因此可以解}$$

得， $x_0 = 4$ ，故选 B。

【点拨】在正数范围内求最值相关的题型，一定采取平均值定理，当需要裂项时，必须将所拆分的项进行等量拆分。另外本题可直接利用取最小值的条件为各项都相等，直接列出

$$x = x = \frac{a}{x^2} = 4, \text{ 即 } f(4) \text{ 最小.}$$

3. 【答案】C

【解析】读图可知，男士人数为  $5+4+3=12$  万人，女士人数为  $6+4+3=13$  万人，男女之比为 12:13，故选 C。

【点拨】图表形数学题，关键数据与关系必须通过图表看出，属于简单题型。

4. 【答案】D

【解析】令  $a > b$ ，则  $|a+b| + |a-b| = a+b+a-b = 2a = 6 \Rightarrow a = 3$ ，所以  $b = 2$ ，则可知

$$a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13, \text{ 故选 D.}$$

【点拨】本题可直接采取特值法，令  $a = 2, b = 3$  即可。

5. 【答案】E

【解析】设圆心  $(5,0)$  关于直线  $y = 2x$  的对称点为  $(x,y)$ ，则 
$$\begin{cases} \frac{y-0}{x-5} = -\frac{1}{2} \\ \frac{y+0}{2} = 2 \cdot \frac{x+5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases};$$

所以对称圆的方程是  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 2$ ，故选 E。

【点拨】对称问题可以直接根据画图求解或估算.

6. 【答案】D

【解析】设正方形边长为  $L$ . 根据树的棵树可以列出方程  $\frac{4L}{3} + 10 = \frac{3L}{2} + 1 \Rightarrow L = 54$ , 所以可知树的总棵数为 82 棵, 故选 D.

【点拨】(1) 在直线型植树问题中, 若两端点都有树, 则棵树为  $N = \frac{L}{M} + 1$ ;

(2) 封闭图形植树问题, 相当于把直线型的两个端点合二为一, 因此此时植树的棵数是  $N = \frac{L}{M}$ .

7. 【答案】D

【解析】正难则反, 找到乙的两张卡片数字之和不大于甲的卡片数字的情况:

当甲取 6 时, 乙可以是 (1+2)、(1+3)、(1+4)、(1+5)、(2+3)、(2+4)

当甲取 5 时, 乙可以是 (1+2)、(1+3)、(1+4)、(2+3)

当甲取 4 时, 乙可以是 (1+2)、(1+3)

当甲取 3 时, 乙只能是 (1+2)

一共 13 种情况, 所以概率  $P = 1 - \frac{13}{C_6^1 C_5^2} = \frac{47}{60}$ , 故选 D.

【点拨】随机取样概率模型, 主要考察分子的穷举法思路, 正面情况太多时果断采取反面求解思路.

8. 【答案】B

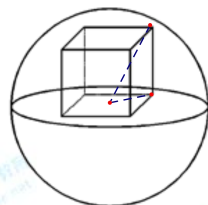
【解析】从表格中观察数据可知, 因为差值的对称性, 直接求出  $E_1 = 90.5$ ,  $E_2 = 89$ ; 再由两组数据的稳定性判断, 语文成绩稳定性更高, 故标准差更小, 即  $\sigma_1 < \sigma_2$ , 故选 B.

【点拨】在判断两组数据方差或标准差大小时, 可直接利用稳定性判断, 即直接从“极差”的大小判断.

9. 【答案】E

【解析】正方体的外接半球半径为 3, 则设正方体棱长为  $a$ , 表面积最大的正方体就是半球的内接正方体. 如图, 连接球心和正方体上表面一个

顶点, 再构造直角三角形. 从图中可知,  $a^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2 = 3^2$ , 所以  $a^2 = 6$



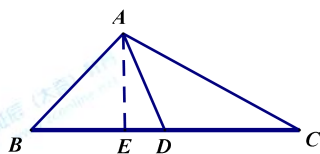
则正方体的表面积是  $6a^2 = 36$ , 故选 E.

【点拨】立体几何内切球或者外接球题型的关键在于, 找到球体半径与另一立体图形关键量之间的关系.

10. 【答案】B

【解析】如图, 做  $AE \perp BC$ , 设  $DE = x$ , 则  $BE = 4 - x$ ,

综合能力试题 . 3 . (共 16 页)



$CE = 4 + x$ , 根据直角三角形勾股定理可知:

$$AB^2 - BE^2 = AC^2 - CE^2, \text{ 即 } 16 - (4 - x)^2 = 36 - (4 + x)^2 \Rightarrow x = \frac{5}{4}, \text{ 所以 } BE = \frac{11}{4}, \text{ 因此可}$$

$$\text{知 } AE^2 = 16 - \frac{121}{16} = \frac{135}{16},$$

$$\text{则 } AD = \sqrt{\frac{135}{16} + \frac{25}{16}} = \sqrt{10}, \text{ 故选 B.}$$

【点拨】对于任意三角形求线段长度, 构造直角三角形利用勾股定理是首选思路, 另外本题可以采取任意三角形“中线定理”, 即:

$$AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2) \Rightarrow 16 + 36 = 2(16 + AD^2) \Rightarrow \sqrt{10}.$$

11. 【答案】E

$$\text{【解析】设甲乙每天的公费分别是 } a, b. \begin{cases} 6a + 6b = 2.4 \\ 4a + 9b = 2.35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0.25 \\ b = 0.15 \end{cases}; \text{ 工作时间可计算: 甲}$$

$6 + \text{乙} = \text{甲} + 4 + \text{乙} + 9$ , 所以甲  $2 = \text{乙} + 3$ , 即甲单独做需要 10 天, 总工时费为 2.5 万元, 故选 E.

【点拨】按劳分配问题的关键在于将“钱”直接看作工作总量和工作效率列方程.

12. 【答案】D

【解析】由图可知, 六边形是一个正六边形, 正六边形可看作是由六个全等的等边三角形构成的图形, 等边三角形边长就是正六边形边长. 因为连接各棱长中点, 所以可知正六边形边长是

$$\sqrt{2}, \text{ 那么其面积为 } 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{3}, \text{ 故选 D.}$$

【点拨】平面几何中的多边形最好转化为三角形的组合来求解.

13. 【答案】C

【解析】观察图形,  $V_0$  为等腰梯形的高, 上底 0.6, 下底 1, 面积就是横纵坐标乘积 72, 所以

$$V_0 = \frac{72 \cdot 2}{0.6 + 1} = 90, \text{ 故选 C.}$$

【点拨】本题关键是看出路程为横纵坐标乘积, 即若是匀速运动, 图形应该是长方形, 所以可以根据对称性, 把等腰梯形变换成长方形, 长是 0.8, 宽是  $V_0$ , 面积是路程 72, 同样可求.

14. 【答案】D

【解析】从 10 候选人中任取两人, 减去来自同一学科的情况即可  $C_{10}^2 - 5 = 40$ , 故选 D.

【点拨】否定式条件问法往往可采取反面求解思路, 本题正面思路亦可, 即: 先选出两个不同科目, 再各选一人 (形似配对问题种两只鞋不成双)  $C_3^2 C_2^1 C_2^1 = 40$ .

15. 【答案】A

【解析】 $a_{n+1} = 2a_n + 1 \Rightarrow a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$ ，即数列  $\{a_n + 1\}$  是公比为 2，首项为 1 的等比数列，则  $a_{100} + 1 = 1 \cdot 2^{99} \Rightarrow a_{100} = 2^{99} - 1$ ，故选 A.

【点拨】对于找规律的数列，可利用归纳法，直接列出几项后，根据规律推理.

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断。

- A. 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分.
- B. 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分.
- C. 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分，但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
- D. 条件 (1) 充分，条件 (2) 也充分.
- E. 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分，条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

16. 【答案】A

【解析】圆的方程是  $(x-2)^2 + y^2 = 1$ ，画图可知，当过原点的直线  $y = kx$  斜率为  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$  时，直线和圆相切，所以  $-\frac{\sqrt{3}}{3} < k < \frac{\sqrt{3}}{3}$  时，两图像相交，故选 A.

【点拨】直线和圆位置关系题型，画图观察是最快最直观的解题思路，同时，本题还可以利用常规解法，即假设结论成立，设  $d = \frac{|2k|}{\sqrt{k^2 + 1}} < 2$ ，解得  $-\frac{\sqrt{3}}{3} < k < \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，同样选 D.

17. 【答案】E

【解析】明显的，条件 (1) 即使除以 2 的余数相同的两个数，也会不同，比如 7 和 15，所无法确定除以 5 的余数，不充分；同理，(2) 也不充分；联合考虑，假设除以 2 和除以 3 的余数都是 1，即除以 6 余 1，比如 7 和 13，同样不能确定除以 5 的唯一的余数，不充分；故选 E.

【点拨】除余问题，无法根据一个数除以某个数  $a$  的余数特点来判断这个数除以另一个数  $b$  的余数.

18. 【答案】D

【解析】(1)  $\Delta = a^2 - 4b + 4 = a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2 \geq 0$ ，充分；

(2)  $\Delta = a^2 - 4b + 4 = a^2 - 4a + 4 = (a-2)^2 \geq 0$ ，充分；故选 D.



【点拨】判别式是判断一元二次方程根的情况最直接有效的方法，完全平方公式是因式分解中最常用的基本公式。

19. 【答案】A

【解析】根据等差数列与函数的关系可知，等差数列求和公式都可以看作过原点（没有常数项）的二次函数表达式，故选 A。

【点拨】等差数列通项公式是一次函数斜截式形式；等差数列求和公式是没有常数项的二次函数形式。

20. 【答案】D

【解析】获奖概率为  $1 - (1-p)(1-q) = p + q - pq$ 。

(1)  $q = 1 - p$ ，则  $p + q - pq = 1 - p(1-p) = p^2 - p + 1$ ，二次函数最小值为  $\frac{3}{4}$ ，充分；

(2)  $pq = \frac{1}{4}$ ，概率都是整数，则  $p + q \geq 2\sqrt{pq} = 1$ ，所以  $p + q - pq \geq 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ，充分；故

选 D。

【点拨】在正数范围下，求最值即可以使用平均值定理，也可以使用二次函数；在不确定正负的条件下，求最值只能使用二次函数。

21. 【答案】C

【解析】显然两个条件单独都不充分，联合，假设现在小明年龄  $n^2$ ，20 年后年龄  $m^2$ ，则  $m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 20$ ，因为正整数  $m+n$  与  $m-n$  奇偶性相同，所以必然是

$$\begin{cases} m+n=10 \\ m-n=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=6 \\ n=4 \end{cases}, \text{即小明现在 16 岁, 充分, 故选 C.}$$

【点拨】遇到偶次方之差就用平方差公式；两个整数加减奇偶性相同。

22. 【答案】C

【解析】显然知道一人的图数量不足以确定甲拥有的数量，联合考虑，在不超过 10 的等比数列中，除了 (1, 1, 1) 不符合条件外，其他常数列显然都满足结论；在其他等比数列，即 (1, 2, 4)、(1, 3, 6) 和 (2, 4, 8) 中，满足条件的乙和丙分别可能是 (1, 2 或 1, 4)、(1, 3 或 1, 6)、(2, 4 或 2, 8 或 4, 8)，无论哪一组都可以直接确定甲的数量，充分；故选 C。

【点拨】理论上，三项等比数列在已知其中两项的数值时，并不能唯一确定第三项的数值；但在公比确定的情况下，第三项必然唯一确定。

23. 【答案】B

【解析】根据一半模型可知，无论  $O$  点所在的位置如何， $\Delta AOD$  的面积一定是正方形面积的一半，所以 (1) 不充分；因为  $P$  是中点，所以可知  $\Delta POD$  面积是  $\Delta AOD$  面积的一半，所以想确定  $\Delta PDQ$  的面积，必须已知  $Q$  点在  $DO$  上的位置从而利用相邻三角形求解，所以 (2) 充分，故选 B。

【点拨】在没有相似关系的三角形中，往往需要通过等高的相邻关系来确定面积或者线段的比

例关系.

24. 【答案】C

【解析】条件(1)化学系与地学系平均分变化未知,不能确定,不充分;条件(2)数学系与生物系平均分变化未知,不能确定,不充分;联合考虑,总分中,物理系不变,数学系提高了180分,化学系提高了90分,生物系降低了120分,地学系降低了120分,总分提升了30分,因此平均分提升了,充分,故选C.

【点拨】平均值、个数和总数的关系,是平均值考察中的核心.

25. 【答案】A

【解析】

结论变形:

$\lg(x^2 + y^2) \leq 2 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 100$ , 即三角形区域内所有点到原点的距离不大于10, 或所有点都在圆  $x^2 + y^2 = 100$  上或者圆内.

如图, 设  $L1: y = -\frac{1}{8}x + 7$ ,  $L2: y = \frac{1}{6}x + 7$ ,  $L3: y - 8 = k(x - 6) (k < 0)$ , 可知三条直线形成

三角形  $ABG$  时, 可以满足结论要求.  $L3$  恒过定点  $(6, 8)$ , 且斜率为负. 根据图形可知  $(6, 8)$  是

$L2$  与圆交点,  $L1$  与圆的交点为  $(8, 6)$ ; 所以直线  $AB$  斜率为  $-1$ , 在  $A$  点不动的情况下, 将  $L3$

顺时针转动, 直到垂直于  $x$  轴, 都可以满足结论, 则其斜率取值范围是  $(-\infty, -1]$ , 故选 A.

【点拨】解析几何封闭区域中求关于  $x, y$  算式的最值题型, 都需要通过线性规划原理分析.